

第1章 電子回路の基礎知識

回路の基本法則と信号の表現

回路解析のツール

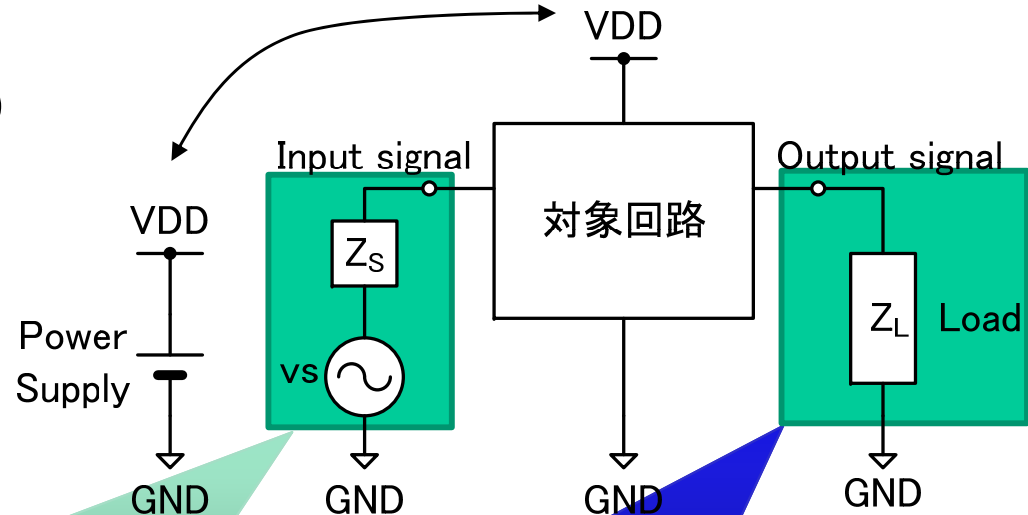
1.1 電子回路の基本定理

電子回路解析に必要な基本要素

- 電源(Power supply)
- 入力信号(Input signal)
- 出力信号(Output signal)
- 信号源(Signal source)
- 負荷(Load)
- グラウンド(Ground or GND)

対象とする回路の特性は Z_S, Z_L の影響を受ける

同じ名前の配線は繋がっているとする



Z_S は信号源の出カインピーダンスまたは内部インピーダンスと呼ばれる

信号源 (v_s, Z_S) = 前段回路の等価回路

負荷 = 後段回路の等価回路




電圧、電流変数の表記

決まりはないが、下記のように理解している場合が多い。

表記例	対象	注意点
大文字 V, I	直流電圧、直流電流	通常は、直流電圧、直流電流を表す。
	複素電圧、複素電流	s 変数または $j\omega$ 変数の交流電圧、交流電流にも大文字が使用されるので注意。 紛らわしいので変数を明記することを推奨。
小文字 v, i	交流電圧、交流電流	通常は、時間変数の交流電圧、交流電流を表す。
	複素電圧、複素電流	変数が示されていない場合は、 $t, s, j\omega$ 変数の何れかであることを意味している。(3種類の変数に対して、同じ変数名を使用している。)

時間領域で、直流成分＋交流成分を表す場合は、大文字、小文字のどちらも使用される。

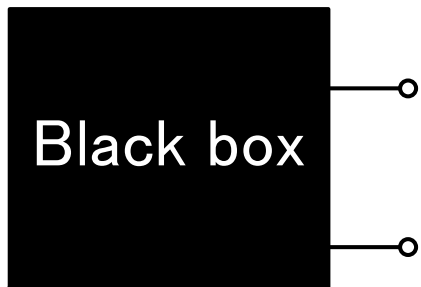
グラウンド、アースの回路図記号 (Symbol)について

シンボル	名称	説明
	シグナルグラウンド	回路基板の基準電位を表す。
	シャーシグラウンドまたはフレームグラウンド	シャーシ(筐体)に接続し、回路とシャーシの電位を共通にする。 複数の回路基板の基準電位を一致させる目的で行われる。
	アース(接地)	コンセントのアース端子に接続し、地球と同電位にする。 シャーシの電位を安定させる目的や、人体の安全確保の目的で行われる。

等価回路の必要性

- 厳密にはシステム全体で回路解析を行う必要がある
 - 回路特性は、信号源の Z_S と負荷の Z_L に依存する
 - 信号源と負荷もまた電子回路または電子部品である
 - 信号源と負荷の回路特性も、その先の信号源と負荷に依存している
 - 従って、厳密には、システム全体で回路解析をしなければ回路の動作保証はできない
- 部分回路の解析を行うための方法
 - 部分回路で解析を行うために、信号源と負荷を近似的に簡単な等価回路で表す

等価回路(Equivalent circuit)の定理

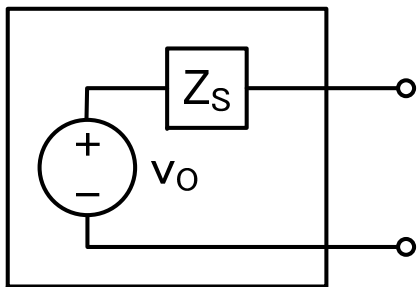


測定



開放電圧 = v_O
短絡電流 = i_S

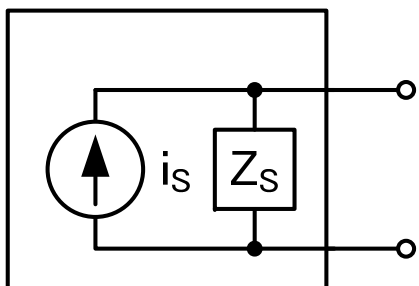
||



テブナンの定理より

$$Z_S = \frac{v_O}{i_S}$$

or



ノートンの定理より

$$Z_S = \frac{v_O}{i_S}$$

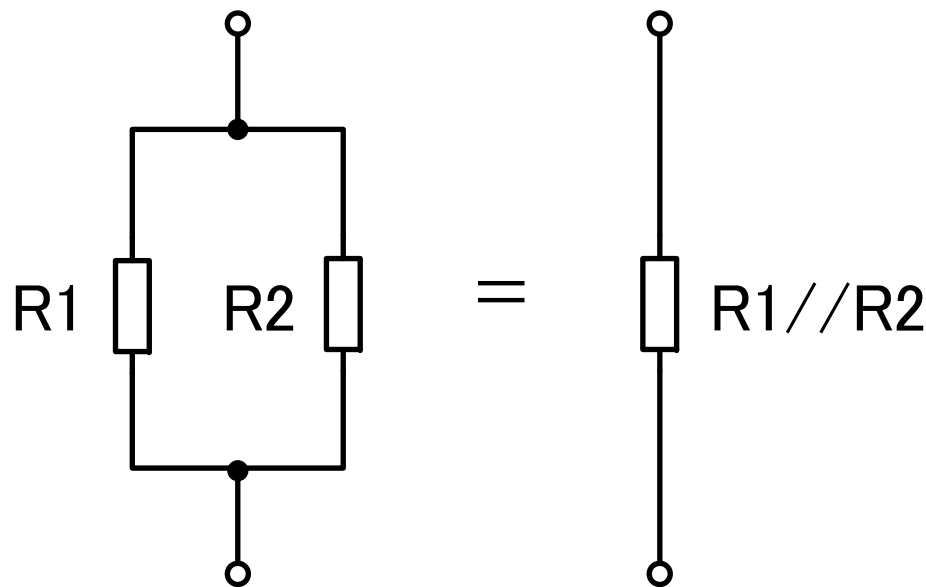
ただし、Black box
内部の素子のI-V
特性が全て線形
の場合に成立

課題1.1

- 抵抗、電圧源、電流源からなる回路について、テブナンの定理を証明せよ。

インピーダンスの並列接続演算

電子回路では、インピーダンスの並列接続を表すため記号 // を多用するので慣れておこう。



$$R1//R2 = \frac{1}{\frac{1}{R1} + \frac{1}{R2}} = \frac{R1 \cdot R2}{R1 + R2}$$

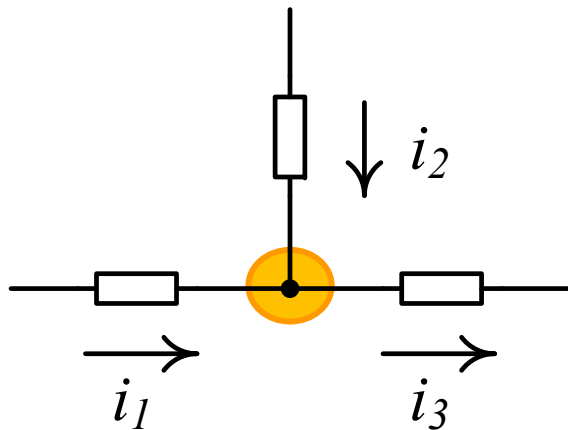
R1, R2のコンダクタンス G_1, G_2 を用いると

$$G_1 = \frac{1}{R1}, G_2 = \frac{1}{R2} \quad \text{より}$$

$$R1//R2 = \frac{1}{G_1 + G_2}$$

電子回路の基本法則

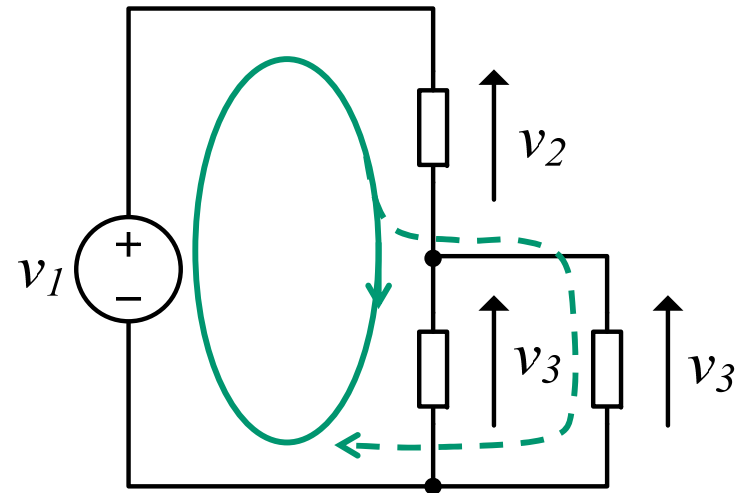
キルヒホッフの電流法則
(Kirchhoff's Current Law)



$$i_1 + i_2 - i_3 = 0$$

(任意のノードに対して成立)

キルヒホッフの電圧法則
(Kirchhoff's Voltage Law)



$$v_1 - v_2 - v_3 = 0$$

(任意のループに対して成立)

課題1.2

- 電気磁気学のガウスの定理とファラデーの法則を用いて、キルヒホッフの電流法則と電圧法則を証明せよ。また、キルヒホッフの電流法則と電圧法則が成り立つための条件を示せ。

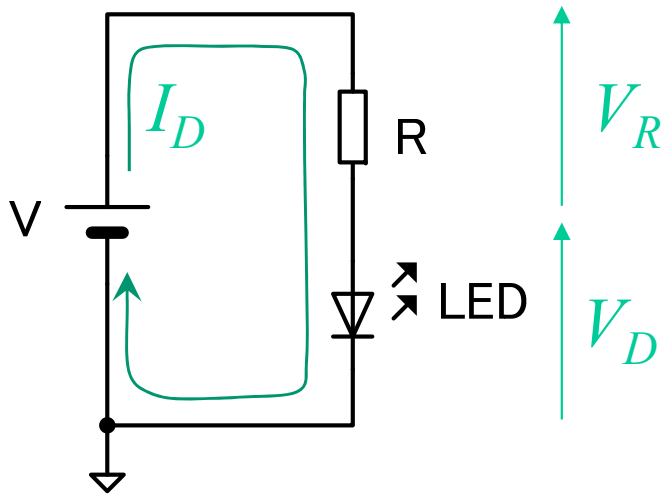
メッシュ電流法と枝電流法

[NOTE] 回路方程式を作成方法として、メッシュ電流法 (Mesh current method) と枝電流法 (Branch current method) がある。メッシュ電流法を使うと電流変数の数を減らせるため、メッシュ電流法を使う人が多いが、電子回路では下記の理由で、**枝電流法の使用を推奨**する。

1. 電流-電圧特性の非線形性
 - 半導体素子は非線形な電流-電圧特性を示すものが多い
 - 非線形な素子では、メッシュ電流の重ね合わせができない
2. 電流源の端子間電圧は未知変数
 - 半導体素子の等価回路は電流源を含む場合が多い
 - 電流源の端子間電圧が変数になるため、メッシュ電流法を使用しても変数の数が減らない

非線形回路方程式

I_D を求めよ。



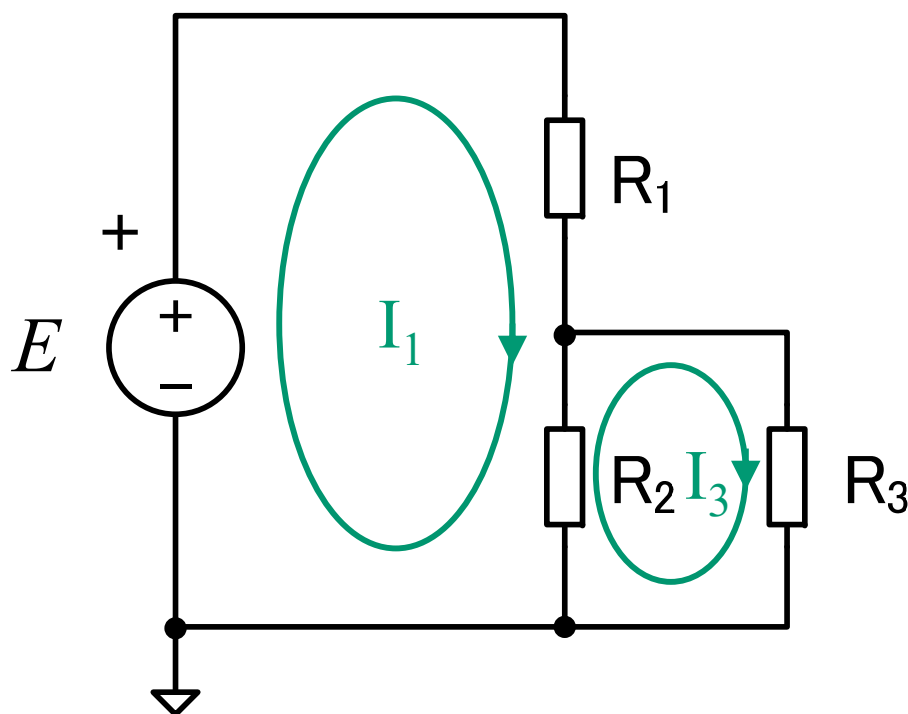
$$\begin{cases} V = V_R + V_D \\ V_R = RI_D \\ I_D = I_S \left(e^{\frac{q}{nkT} V_D} - 1 \right) \end{cases}$$

$$I_D = I_S \left(e^{\frac{q}{nkT} (V - V_R)} - 1 \right) = I_S \left(e^{\frac{q}{nkT} (V - RI_D)} - 1 \right)$$

この方程式は、 I_D が解けない。従って V_D , V_R も解けない。

メッシュ電流法（ループ電流法）

メッシュ電流を定義して、キルヒホッフの電圧法則を適用する。



全てのメッシュに時計回りのメッシュ電流を割り当て、ループ毎に独立した回路方程式を作る。

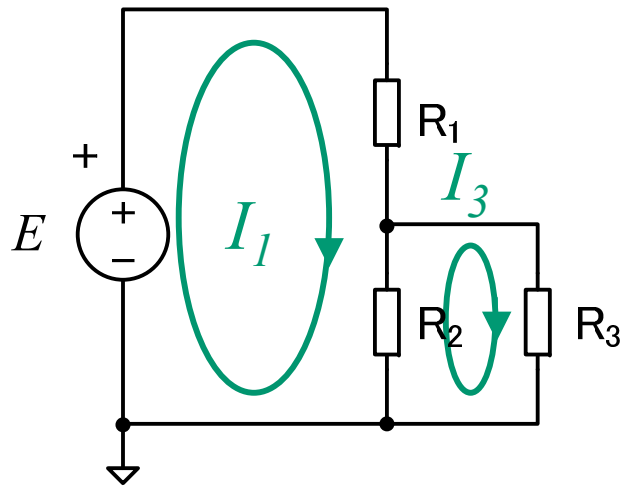
$$E = R_1 I_1 + R_2 (I_1 - I_3)$$

$$0 = R_2 (I_3 - I_1) + R_3 I_3$$

電流源を含む場合

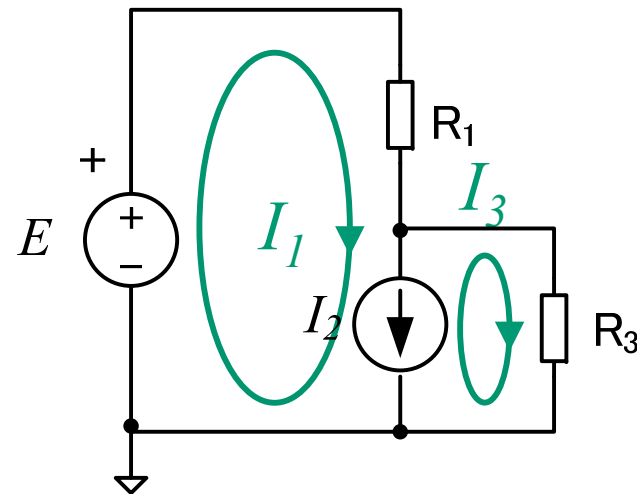
多くの半導体デバイスは電流源と等価な特性を示すため、電流源を含む回路方程式にも慣れておく必要がある。

電流源を含まない回路



$$E = R_1 I_1 + R_2 (I_1 - I_3)$$
$$0 = R_2 (I_3 - I_1) + R_3 I_3$$

電流源を含む回路



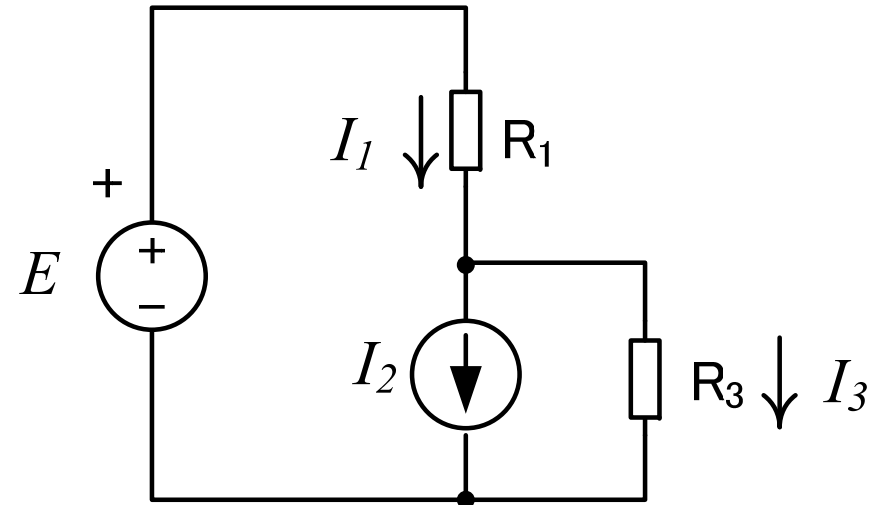
$$E = R_1 I_1 + x$$
$$0 = x + R_3 I_3$$

電流源の電圧は変数になる

枝電流法

方針

1. 各素子に電流変数を割り当てる
2. 2種類のキルヒホッフの法則を使う
(電流源の電圧は変数になるので、電圧法則だけでは解けない)



$$\begin{cases} I_1 - I_2 - I_3 = 0 & \text{電流法則} \\ E = R_1 I_1 + R_3 I_3 & \text{電圧法則} \end{cases}$$

$$E = R_1 I_1 + R_3 (I_1 - I_2)$$
$$(R_1 + R_3) I_1 = E + R_3 I_2$$

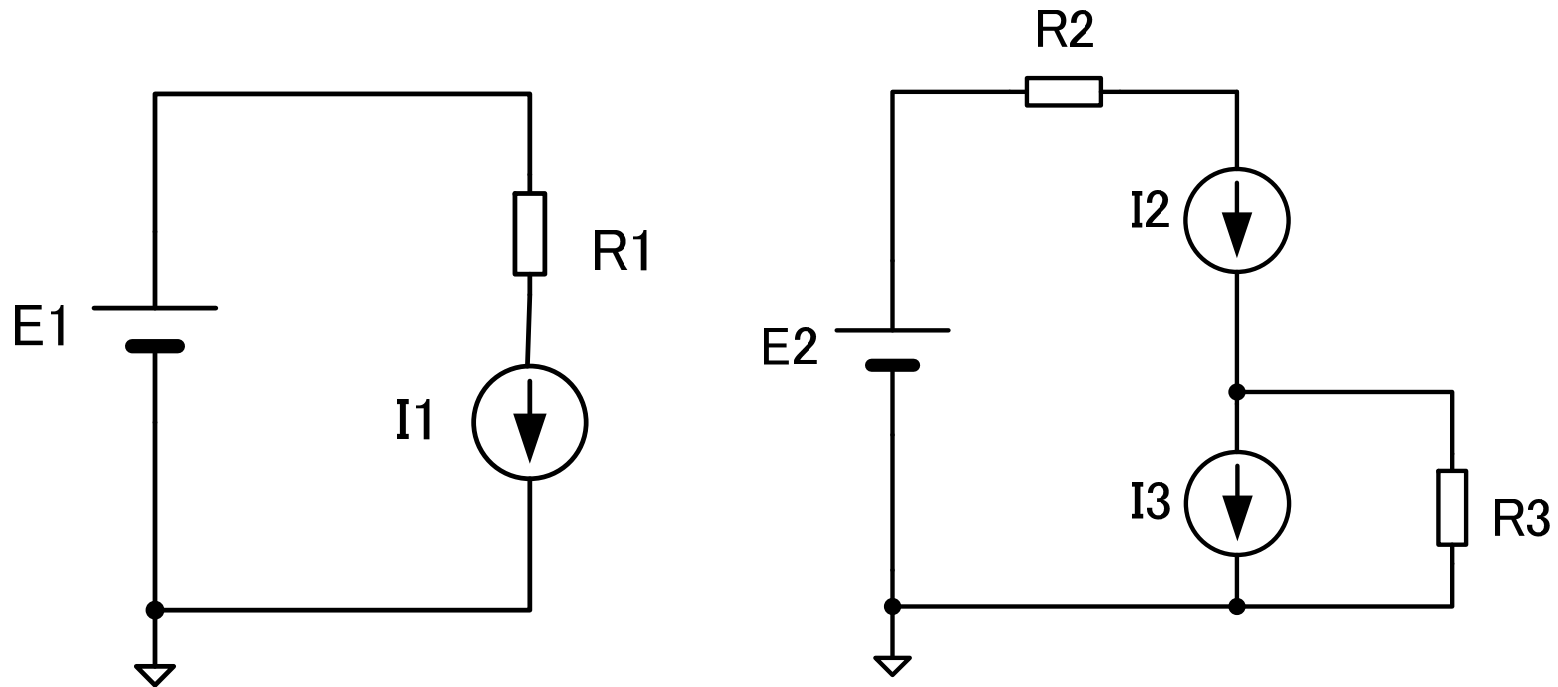
$$I_1 = \frac{E + R_3 I_2}{R_1 + R_3} > 0$$

$$I_3 = I_1 - I_2 = \frac{E - R_1 I_2}{R_1 + R_3}$$

I_3 は負になる場合もある！

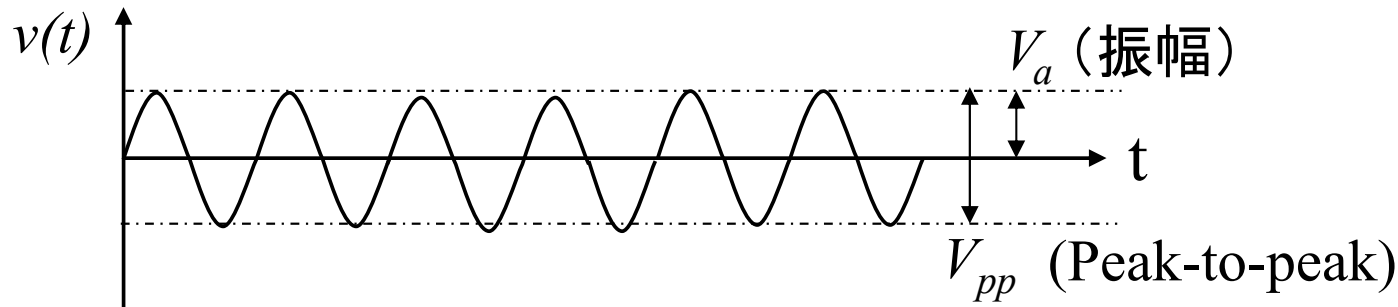
クイズ1

下記の2回路について回路方程式を作成しなさい。



クイズ1の解答

正弦波の大きさの表現



瞬時値 (Instantaneous value)

$$v(t) = V_a \sin \omega t$$

実効値 (RMS: Root Mean Square)

$$V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T v(t)^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (V_a \sin \omega t)^2 dt} = \frac{V_a}{\sqrt{2}}$$

電子回路では、交流電圧の大きさを V_a (振幅)、 V_{pp} (Peak-to-peak)、 V_{RMS} (実効値) の3通りで表すので注意が必要。

ACコンセントの電圧は、 $V_{RMS} = 100\text{V}$ ($V_a = 141.4\text{V}$)。

一般の周期波形の実効値

$$v(t) = V_{DC} + \sum_{n=1}^{\infty} V_n \sin(n\omega t - \theta_n)$$

$$V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T v(t)^2 dt}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \left(V_{DC}^2 + \sum_{n=1}^{\infty} V_n^2 \sin^2(n\omega t - \theta_n) + 2V_m V_n \sum_{n \neq m} \sin(m\omega t - \theta_m) \sin(n\omega t - \theta_n) \right) dt}$$

$$= \sqrt{V_{DC}^2 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{V_n^2}{2}} \quad , \text{ 直流がない場合は } V_{RMS} = \sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{V_n^2}{2}} = \frac{\sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} V_n^2}}{\sqrt{2}}$$

(参考) 実効値と平均値の関係

正弦波の平均値 (Average)

$$V_{AVG} = \frac{1}{T} \int_0^T |v(t)| dt = \frac{1}{T} \int_0^T |V_a \sin \omega t| dt = \frac{2}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} V_a \sin \omega t dt = \frac{2}{\pi} V_a$$

正弦波の実効値と平均値の関係

$$V_{RMS} = \frac{V_a}{\sqrt{2}} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} V_{AVG} \quad (1.1) \quad (\text{一般波形で成り立たない})$$

一般波形の実効値 (真の実効値)

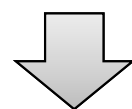
$$V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T v(t)^2 dt} = \sqrt{V_{DC}^2 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{V_n^2}{2}} \quad (1.2) \quad (V_n \text{は各周波数成分の振幅})$$

交流電圧計、交流電流計は、RMS値を表示しているが、式(1.1)を用いて計算しているものと、式(1.2)で計算しているものがある。式(1.2)で求めている場合は、「**真の実効値表示**」と呼ばれる。

信号の複素数表示

オイラーの公式

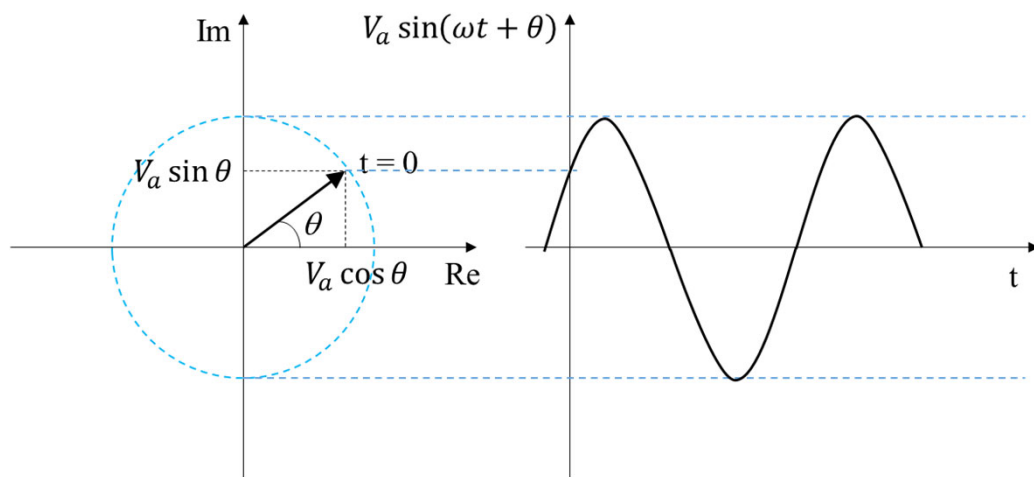
$$V(t) = V_a \{ \cos(\omega t + \theta) + j \cdot \sin(\omega t + \theta) \} = V_a e^{j(\omega t + \theta)}$$



位相 θ と時間の項 ωt を分離

$$\begin{aligned} V(t) &= V_a e^{j(\omega t + \theta)} = V_a e^{j\theta} e^{j\omega t} \\ &= \underbrace{V_a \{ \cos\theta + j \cdot \sin\theta \}}_{\text{振幅と位相を表す複素平面上のベクトル}} e^{j\omega t} = \sqrt{2} V_C e^{j\omega t} \end{aligned}$$

振幅と位相を表す複素平面上のベクトル



通常、複素数表記では時間の指数関数を外して $\sqrt{2} V_C = V_a e^{j\theta}$ だけを表記する。

V_C はフェーザ (Phaser) と呼ばれる。
 $|V_C| = V_a / \sqrt{2}$ (実効値) を表す。

微分・積分演算の簡単化

複素数表示された信号

$$V(t) = V_a(\cos\omega t + j \cdot \sin\omega t) = V_a e^{j\omega t}$$

時間微分

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}V(t) &= \omega V_a(-\sin\omega t + j\cos\omega t) = \omega V_a \left\{ \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) + j\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \right\} \\ &= \omega V_a e^{j(\omega t + \frac{\pi}{2})} = \omega V_a \left(\cos\frac{\pi}{2} + j\sin\frac{\pi}{2} \right) e^{j\omega t} = j\omega V(t) \end{aligned}$$

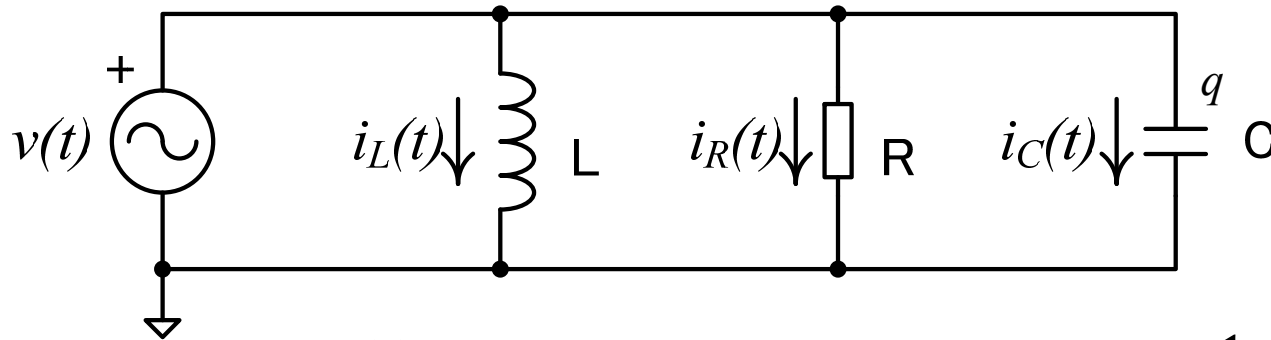
時間微分 ➡ cos, sin関数の位相が90度進む ➡ $j\omega$ を掛ける

時間積分

$$\begin{aligned} \int V(t)dt &= \frac{V_a}{\omega}(\sin\omega t - j\cos\omega t) = \frac{V_a}{\omega} \left\{ \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) + j\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \right\} \\ &= \frac{V_a}{\omega} e^{j(\omega t - \frac{\pi}{2})} = \frac{V_a}{\omega} \left(\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) + j\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) \right) e^{j\omega t} = \frac{1}{j\omega} V(t) \end{aligned}$$

時間積分 ➡ cos, sin関数の位相が90度遅れる ➡ $j\omega$ で割る

RLC回路方程式の線形性



$$v(t) = L \frac{di_L(t)}{dt}$$

$$v(t) = Ri_R(t)$$

$$v(t) = \frac{1}{C} q(t) = \frac{1}{C} \int i_C(t) dt$$

$$i_L(t) = \frac{1}{L} \int v(t) dt$$

$$i_R(t) = \frac{1}{R} v(t)$$

$$i_C(t) = \frac{dq(t)}{dt} = C \frac{dv(t)}{dt}$$

複素数表示 

複素数表示 

複素数表示 

$$I_L(t) = \frac{1}{L} \int V(t) dt = \frac{1}{j\omega L} V(t)$$

$$I_R(t) = \frac{1}{R} V(t)$$

$$I_C(t) = C \frac{dV(t)}{dt} = j\omega CV(t)$$

I_L, V の複素数振幅が比例
(I_L の位相は遅れる)

I_R, V が比例
(位相は同じ)

I_C, V の複素数振幅が比例
(I_C の位相は進む)

回路方程式のラプラス変換

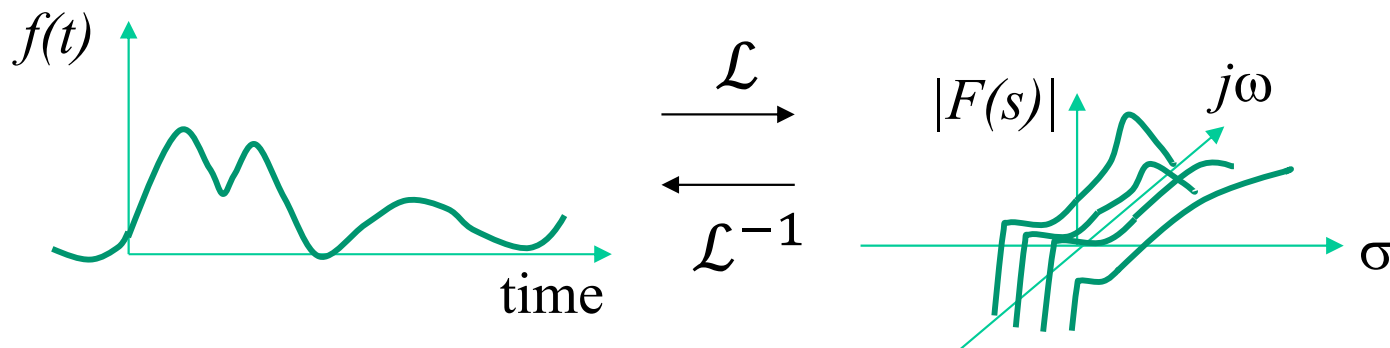
信号の複素数表示では、振幅、周波数、位相が時間変化しないこと(周期的波形)が前提となっている。一般の信号波形 $f(t)$ を扱う場合には、ラプラス変換が用いられる。

(注) 回路の周波数特性を調べる場合もラプラス変換が便利な場合が多い(詳細は後述)。

$$F(s) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)u(t)e^{-(\sigma+j\omega)t} dt = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt \quad (\text{ラプラス変換})$$

$$s = \sigma + j\omega \quad (\text{ラプラス変数})$$

ラプラス変換は、時間軸の関数 $f(t)$ を複素平面上の関数 $F(s)$ に変換する。



ラプラス変換による微分の簡単化

時間微分

$$\begin{aligned}\frac{df(t)}{dt} \xrightarrow{\mathcal{L}} \int_0^{\infty} \frac{df(t)}{dt} e^{-st} dt &= [f(t)e^{-st}]_0^{\infty} - \int_0^{\infty} f(t) \frac{de^{-st}}{st} dt \\ &= 0 - f(0) - \int_0^{\infty} f(t)(-se^{-st}) dt = -f(0) + s \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt \\ &= sF(s) - f(0)\end{aligned}$$

キャパシタの電流-電圧特性

$$i_c(t) = C \frac{dv_c(t)}{dt} \xrightarrow{\mathcal{L}} I_c(s) = sCV_C(s) - Cv_c(0) = sCV_C(s) - q(0)$$

sC が比例係数となる。ただし、 $t = 0$ における電荷 $q(0)$ の値が必要。

ラプラス変換による積分の簡単化

時間積分

$$\begin{aligned}\int_{-\infty}^t f(t) dt \xrightarrow{\mathcal{L}} \int_0^{\infty} \left\{ \int_{-\infty}^t f(t) dt \right\} e^{-st} dt &= \left[\int_{-\infty}^t f(t) dt \left(-\frac{1}{s} e^{-st} \right) \right]_0^{\infty} - \left(-\frac{1}{s} \right) \int_0^{\infty} f(t) e^{-st} dt \\ &= 0 + \frac{1}{s} \int_{-\infty}^0 f(t) dt + \int_0^{\infty} f(t) e^{-st} dt = \frac{1}{s} F(s) + \frac{1}{s} \int_{-\infty}^0 f(t) e^{-st} dt\end{aligned}$$

インダクタの電流-電圧特性

$$i_L(t) = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^0 v_L(t) dt \xrightarrow{\mathcal{L}} I_L(s) = \frac{1}{sL} V_L(s) + \frac{1}{sL} \int_{-\infty}^0 v_L(t) dt = \frac{1}{sL} V_L(s) + \frac{1}{s} i_L(0)$$

$1/sL$ が比例係数となる。ただし、 $t = 0$ における電流 $i_L(0)$ の値が必要。

クイズ2

前ページ、前々ページの結果を用いて、キャパシタとインダクタの電流-電圧特性を、 $V_L(s) =$, $V_C(s) =$ の形で表せ。

素子の電流-電圧特性のまとめ

素子	基となる物理法則	時間領域での表現	ラプラス変数での表現	周波数領域での表現
抵抗	オームの法則	$v(t) = R \cdot i(t)$	$V(s) = R \cdot I(s)$	$V(j\omega) = R \cdot I(j\omega)$
インダクタ	ファラデーの法則	$v(t) = L \frac{di(t)}{dt}$	$V(s) = sL \cdot I(s) - Li(0)$	$V(j\omega) = j\omega L \cdot I(j\omega)$
キャパシタ	ガウスの法則	$v(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i(\tau) d\tau$	$V(s) = \frac{1}{sC} I(s) + \frac{v(0)}{s}$	$V(j\omega) = \frac{1}{j\omega C} I(j\omega)$
半導体デバイス	半導体モデル	I-V特性, C-V特性	小信号パラメータ (小信号等価回路)	小信号パラメータ (小信号等価回路)

充放電特性の解析では有用

過渡応答と定常応答

周波数応答
(定常応答)

キャパシタの充放電などの簡単な場合は、ラプラス変換を使うまでもないが、一般的に微分方程式を解くのは難しい。

十分長い時間が経ったとすると定常解が得られる。

1.1節のまとめ

- Rの回路方程式は、交流、直流に関係なく解ける
- RLCの回路方程式は、交流に対して線形方程式であり、周期的な交流波形に対する定常応答が数学的に解ける($\omega \rightarrow 0$ の極限として直流の解も得られる)
- 一般波形に対する回路の応答を解く場合には、ラプラス変換が用いられる
- 非線形な特性の素子を含む回路方程式は、解けないことが多い



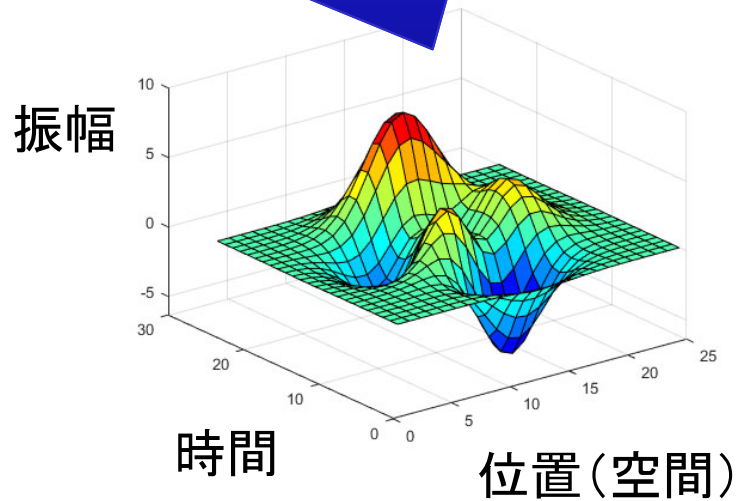
非線形回路方程式を解くためには、近似または数値シミュレーションが必要

周波数成分

1.2 信号と誤差

位置の異なる複数の信号をまとめて一つの信号とすることもできる

信号とデータ



変換

信号(Signal)

- 情報の物理表現
- 時間と空間の関数

データ(Data)

- 記号、構造、画像、音声
- 時間と空間の関数とは限らない

変換

信号のパラメータは振幅以外にもある

周波数
(角周波数)

位相

振幅

電圧レベル

パルス幅

パルス密度

前スライドの専門用語（要記憶）

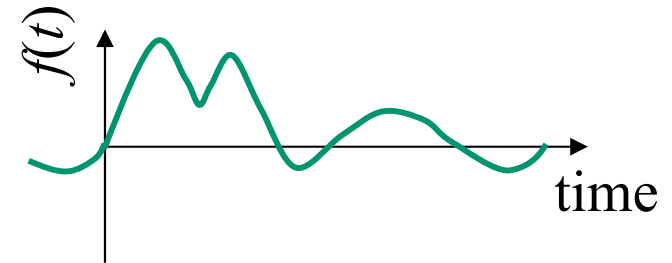
Frequency:	周波数
Angular frequency:	角周波数
Phase:	位相
Amplitude:	振幅
Pulse width:	パルス幅
Pulse density:	パルス密度

周期関数波形の周波数成分

周波数成分 c_n が与えられると周期関数波形(時間関数)が決まる → フーリエ級数

時間 t

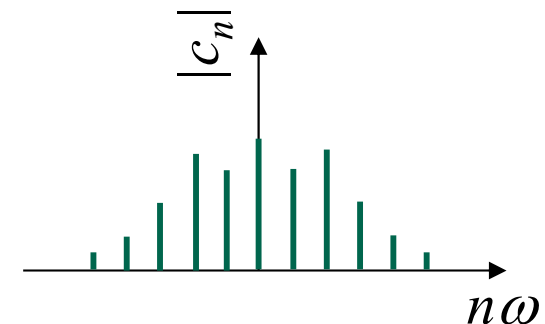
$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{jn\omega t}$$



周期関数波形(時間関数)が与えられると周波数成分 c_n を計算できる → 逆フーリエ変換

角周波数 $n\omega$

$$c_n = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) e^{-jn\omega t} dt$$



c_n は複素数で表され、角周波数 $n\omega$ の成分の振幅と位相を表す。

信号の誤差(Error)

- 雑音 (Noise)

- 量子化雑音 (デジタル信号)

- デジタル化に伴う丸め誤差が原因
 - 信号処理により抑制できる

- 統計的雑音 (アナログ信号)

- 自由電子の運動や密度の統計的揺らぎが原因
 - 原理的に抑制できない

- 歪み (Distortion)

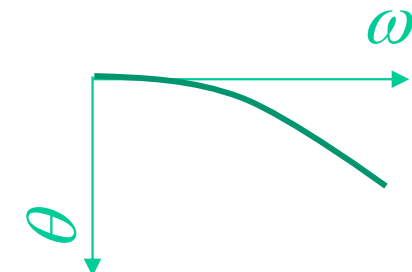
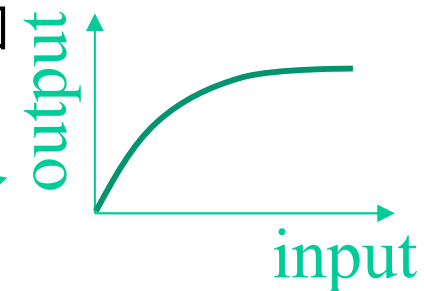
- 非線形歪み

- 入力-出力特性の非線形性によって波形がゆがむ
 - 評価指標: 全高調波歪み

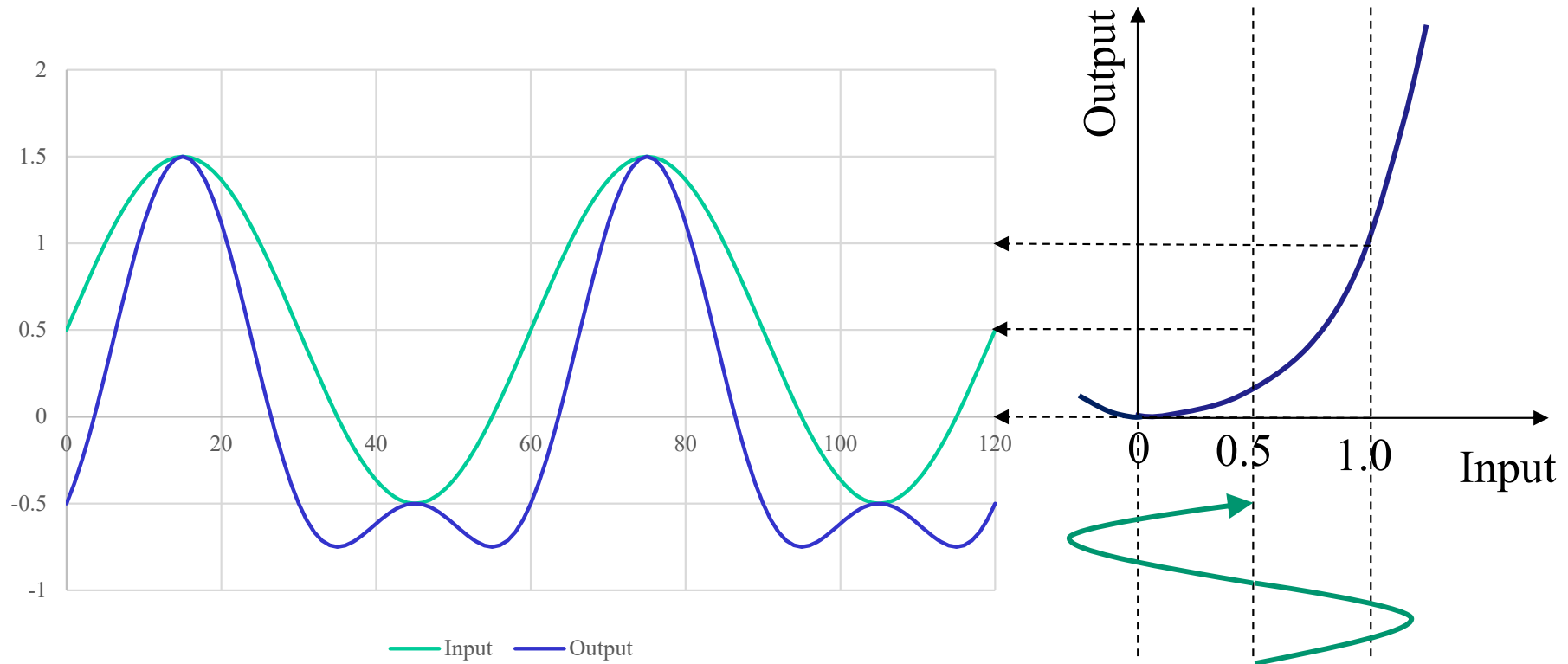
$$THD = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} V_n^2}}{V_1}$$

- 位相歪み

- 位相の周波数依存性によって波形が崩れる
 - 評価指標: 群遅延 $\tau_G = -\frac{d\theta}{d\omega}$



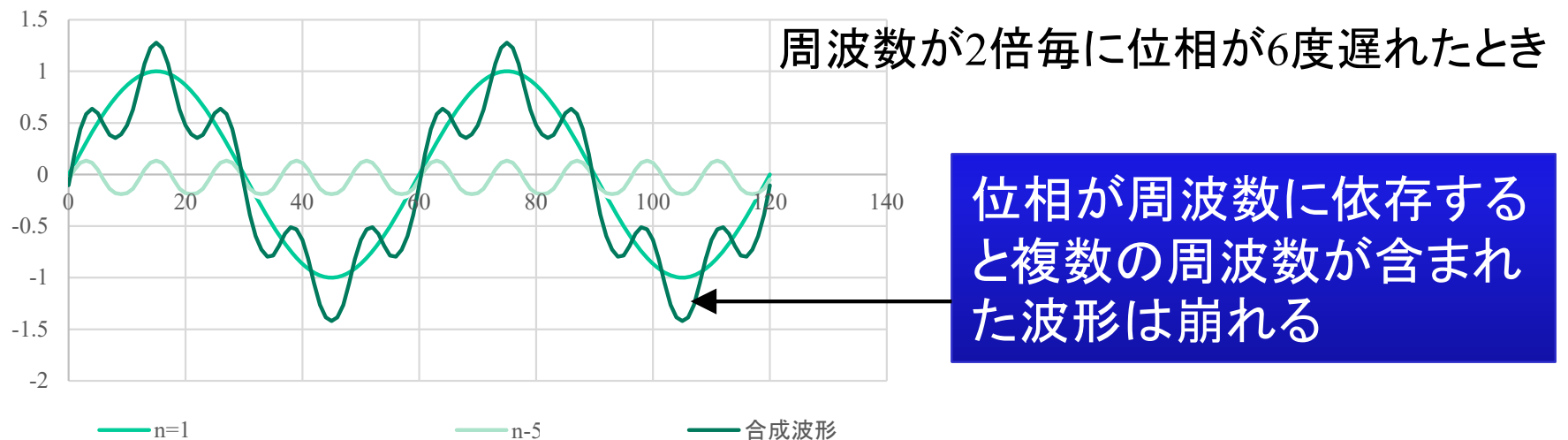
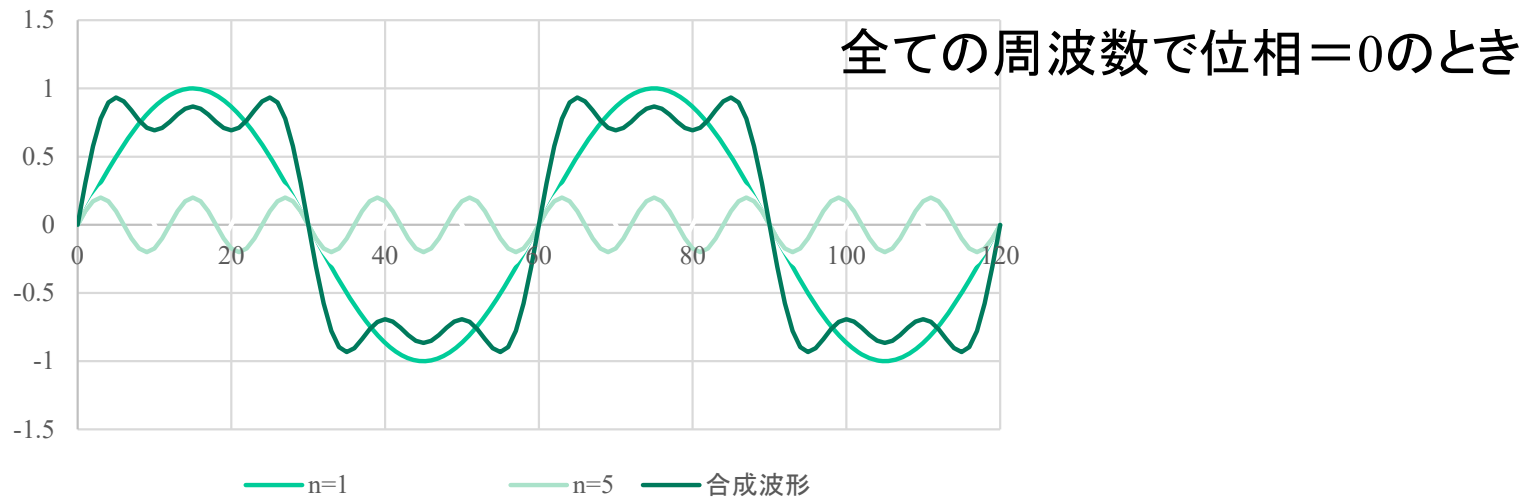
非線形歪み



$$x = \sin \omega t + \frac{1}{2} \rightarrow \boxed{y = x^2 - \frac{3}{4}} \rightarrow y = \sin^2 \omega t + \sin \omega t - \frac{1}{2} = \sin \omega t - \frac{1}{2} \cos 2\omega t$$

非線形特性があると入力と異なる周波数成分(高調波)が発生する

位相歪み



位相が周波数に依存すると複数の周波数が含まれた波形は崩れる

1.2節のまとめ

- 電子回路では、データを信号（時間と空間の関数）として扱う
 - データの値を、振幅、位相、周波数、電圧値等に割り当てることにより信号の波形が作成できる
 - 信号波形は、時間の関数として表される
 - 複数の信号（複数のポートまたは配線）をまとめて一つの信号と見なすこともできる
- 電子回路で信号処理をすると、雑音や意図しない歪みなどの誤差が発生することがある
 - 雑音には、量子化雑音や統計的雑音がある（熱雑音、 $1/f$ 雑音など）
 - 信号の歪みには、非線形歪みと位相歪みがある