

付録

電磁気学の復習

基礎方程式 (Maxwell's Equation)

基礎方程式

$$\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J} = \nabla \times \mathbf{H}$$
$$-\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times \mathbf{E}$$

ガウス

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho$$
$$\nabla \cdot \mathbf{B} = \rho_m = 0$$

物質の影響

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \mathbf{E}$$
$$\mathbf{B} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H}$$

電位の定義

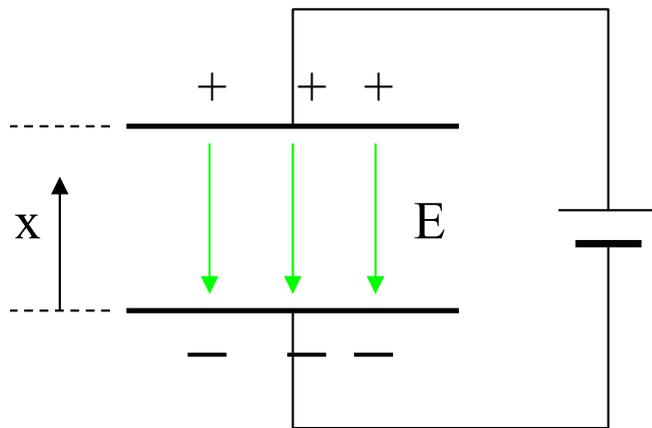
$$\mathbf{E} = -\nabla V$$

D: Electric Flux Density
J: Current Density
H: Magnetic Field
B: Magnetic Flux Density
E: Electric Field
 ρ : True Charge
 $\varepsilon_0 \varepsilon_r$: Permittivity
 $\mu_0 \mu_r$: Permeability
V: Electric Potential

 は半導体デバイスの解析でよく用いられる式

電位の一般的定義

高校物理での電位の定義



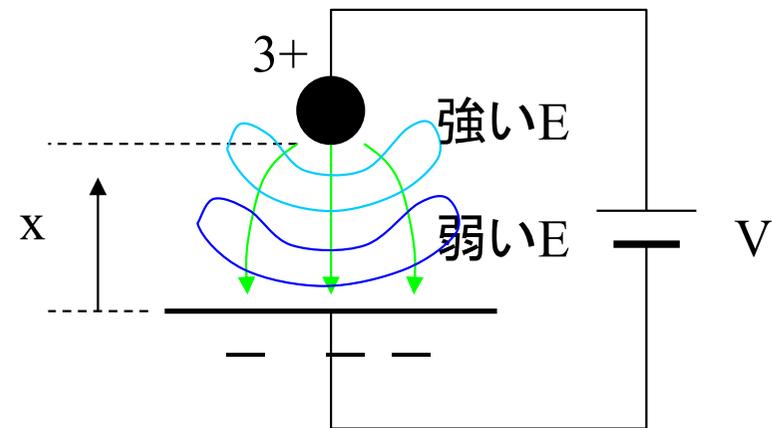
$$V(x) = -E \cdot x$$

E は比例係数として定義されている。
電場が均一の場合に成り立つ電位の
定義

一般的な電位の定義(微分形)

$$E(x) = -\frac{dV(x)}{dx} \quad [\text{V/m}] \quad (1\text{D記述})$$

$$= -\nabla V(x) \quad (\text{ベクトル解析の3D記法})$$



各位置 x で E が定義できるように拡張

電位の物理的意味

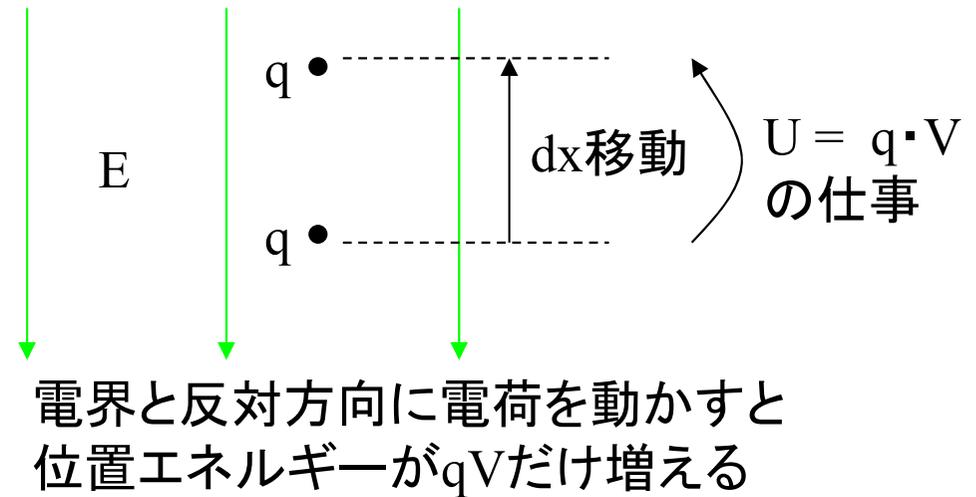
$$E = -\frac{dV}{dx} \text{ より}$$

$$F = q \cdot E = -q \frac{dV}{dx}$$

$$-F \cdot dx = -q \cdot E \cdot dx = q \cdot dV$$

両辺を積分すると

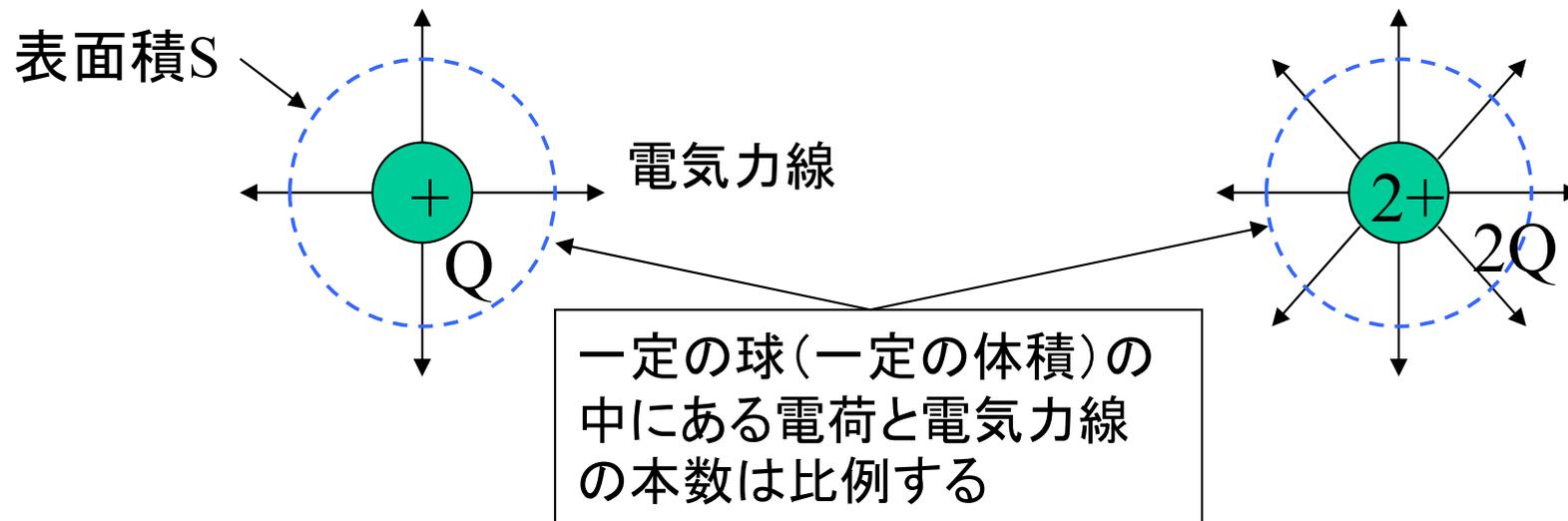
$$\text{位置エネルギー } U = -\int F \cdot dx = -q \int E dx = q \int dV = q \cdot V$$



電荷 q を移動させたとき、 $V = \text{位置エネルギー} / q$

ガウスの法則

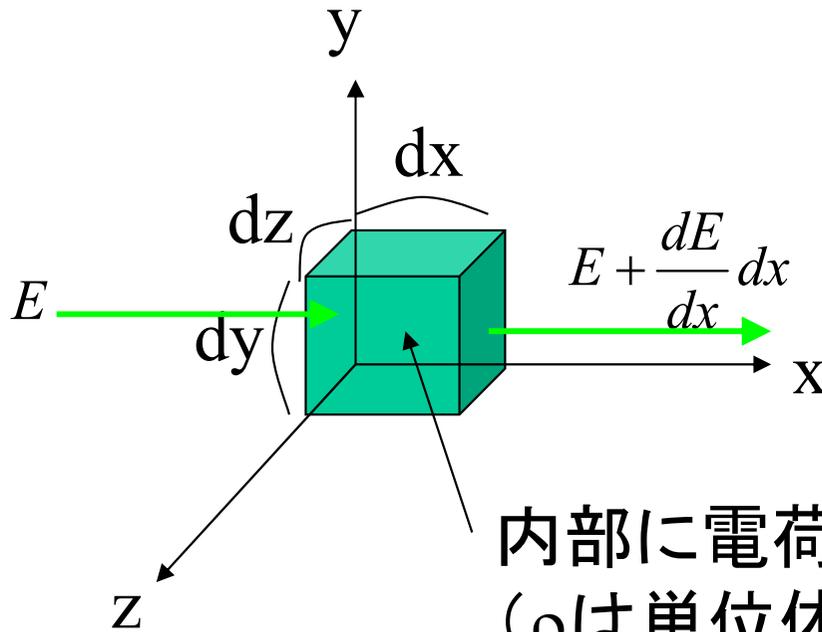
電界は単位面積の電気力線本数



電気力線の本数 $N = E \cdot S = \frac{1}{\epsilon_0} Q$

比例係数(真空の誘電率 [F/m]の逆数)

ガウスの法則の微分形



$$\frac{dE}{dx} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad \text{1Dガウスの法則}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

(ベクトル解析の3D記法)

内部に電荷 $Q = \rho \cdot dx dy dz$ が存在するとき
(ρ は単位体積の電荷 [Coul/m³])

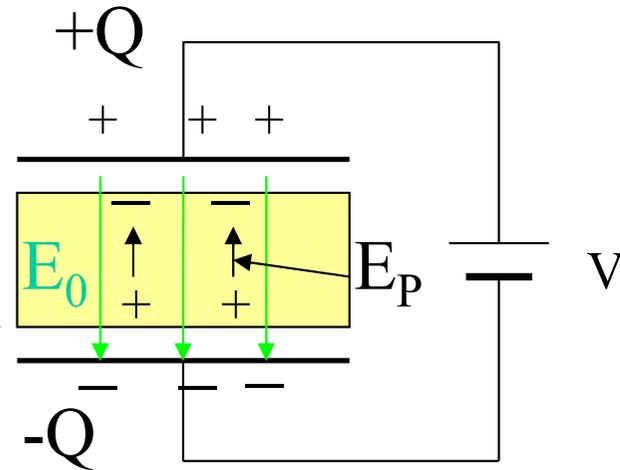
箱の面を通過する電気力線の本数N

$$N = (E + \frac{dE}{dx} dx) \cdot dy dz - E \cdot dy dz = \frac{dE}{dx} dx dy dz = \frac{1}{\epsilon_0} Q = \frac{1}{\epsilon_0} \rho \cdot dx dy dz$$

物質中の電界

物質外部から加えた電界 E_0
物質が分極して発生した電界 E_p

物質中の電界は E_p によって弱められる。



$$E_p = \chi \cdot E \quad (E_p \text{ と } E \text{ が比例する場合})$$

$$E = E_0 - E_p = E_0 - \chi \cdot E$$

$$\therefore E_0 = (1 + \chi)E \equiv \epsilon_r E$$

$D = \epsilon_r \epsilon_0 E$ を定義すると $\frac{dD}{dx} = \rho$
(物質に依存しないガウスの法則)

$$\frac{dE_0}{dx} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad \text{ガウスの法則}$$

$$\frac{dE_0}{dx} = \epsilon_r \frac{dE}{dx} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\therefore \frac{dE}{dx} = \frac{\rho}{\epsilon_r \epsilon_0}$$

ポアソンの方程式(Poisson's Equation)

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{電位の定義} \quad E = -\frac{dV}{dx} = -\nabla V \quad (\text{ベクトル解析の3D記法}) \\ \text{ガウスの法則} \quad \frac{dE}{dx} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} = \nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad (\text{ベクトル解析の3D記法}) \end{array} \right.$$

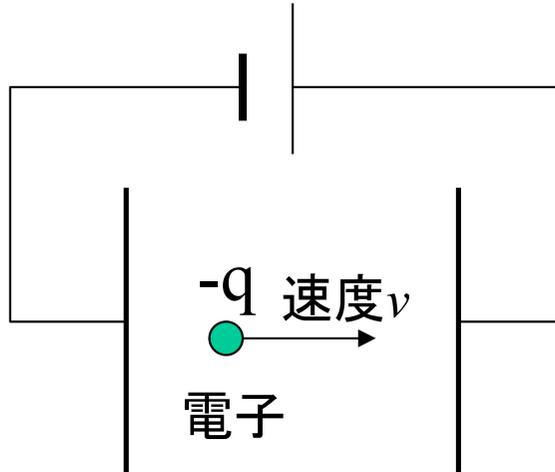
ポアソンの方程式

$$-\frac{d^2V}{dx^2} = \frac{\rho}{\varepsilon_r \varepsilon_0}$$

$$-\nabla \cdot \nabla V = -\Delta V = -\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)V = \frac{\rho}{\varepsilon_r \varepsilon_0} \quad (\text{ベクトル解析の3D記法})$$

ポアソンの方程式により、電荷の分布 $\rho(x)$ から電位分布 $V(x)$ を計算できる

移動度 μ と電子濃度 n と電流 I の関係

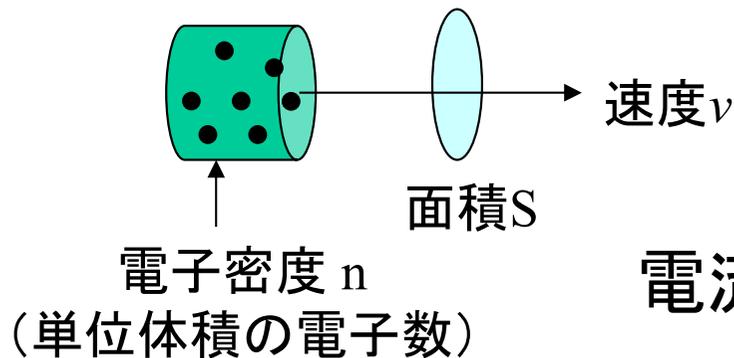


$$v = -\mu_n E \quad (\text{速度と電界が比例すると仮定})$$

E : 電界(V/m)

μ_n : 電子の移動度(m^2/Vs)

$-q$: 電子の電荷(クーロン)



単位時間に面積 S を通過する電子数 N

$$N = n \cdot v \cdot S$$

電流:
$$I = -q \cdot N = -q \cdot n \cdot v \cdot S = -q \cdot n \cdot \mu_n \cdot E \cdot S$$

電流密度:
$$J = \frac{I}{S} = -q \cdot n \cdot \mu_n \cdot E$$